

подобные объекты в «перцептивном пространстве» оказываются равными по величине, но сдвинутыми друг относительно друга, что упрощает идентификацию схожих по геометрической конфигурации, но различных по размерам образований. Этим мы хотим подчеркнуть возможное взаимное влияние двух областей исследований.

Кроме того, в работе сопоставлены конкурирующие представления, выявлены сомнительные места в общепринятых рассуждениях и высказаны критические замечания. Результаты работы получены сравнительно недавно и подводят итог в решении проблем, которые были поставлены ранее при исследовании структур в турбулентном пограничном слое. В частности, приведены аргументы, позволяющие как будто бы окончательно решить вопрос о масштабировании частоты «берстинга», который решен на денном этапе, в противовес утверждению Кантуалла, в пользу вязких масштабов. Необходимо отметить и то, что терминология в этой области не всегда оказывается достаточно установившейся. Это видно на примере терминов «шпилькообразный вихрь» и «подковообразный вихрь». Исследователи убеждены, что все это разнообразие вихрей можно получить из шпилькообразных вихрей при различных числах Рейнольдса. Здесь, видимо, уместно провести аналогию между понятием когерентной динамической структуры в турбулентных течениях и понятием элементарной частицы в физике элементарных частиц. Для последней области характерны быстрые темпы развития, обусловленные взаимодействием теоретических и экспериментальных исследований, а также новейших методов компьютерной обработки и накопления информации. На ранних стадиях своего развития физика элементарных частиц «коллекционировала» элементарные частицы. На более поздних стадиях она перешла к попытке объяснения их свойств с помощью сведения к меньшему числу частиц. В результате появились так называемые кварки, которые вообще не являются наблюдаемыми непосредственно в эксперименте объектами! В настоящее время физика элементарных частиц рассматривает третье поколение кварков.

Так или иначе, в исследованиях турбулентных структур сейчас задействовано огромное число специалистов и расходуются весьма значительные средства.

Согласно представленным здесь результатам трех работ ведущих ученых в области исследования структур, наиболее важной проблемой в изучении турбулентного пограничного слоя является проблема квазипериодических выбросов жидкости из пристенной области течения «берстинга» (механизмы «берстинга», его связь с крупномасштабными структурами и т. д.). Поэтому последняя часть монографии посвящена рассмотрению искусственно созданных гидродинамических образований, моделирующих то или иное событие, связанное с «берстингом».

Для исследователей на современном этапе характерно, что они стремятся ввести дополнительные, по сравнению с плоским течением, элементы, например, градиенты продольного давления, шероховатость, рифление, многозвенные полимеры в жидкостях и т. д., для того, чтобы выявить связь «берстинга» с внешними структурами, более отчетливо понять, механизмы его протекания, т. е. исследования становятся междисциплинарными. В такой постановке задача сводится к поиску таких условий проведения эксперимента, при которых можно было бы проще всего понять изучаемое явление. Рассматривая область развитого турбулентного течения в пограничном слое, нельзя забывать об областях, предшествующих ей в течении около пластины, а именно ламинарной и переходной. В связи с этим возникает целый ряд проблем, таких как восприимчивость, развитие возмущений и ламинарной области, сценарии перехода, зависящие от условий вблизи передней кромки пластины и т. д., которые успешно решаются рядом отечественных исследователей.

В ряде работ рассмотрен переход течения при турбулентном набегающем потоке, при этом показано, что переход в пограничном слое начинается, минуя стадию возбуждения волн Толлмина-Шлихтинга. Интересные результаты получены по взаимодействию внешней турбулентности с возмущениями на нелинейной стадии развития в допереходной области. Сравнительно давно развиваются волновые представления о явлениях, происходящих в допереходной области. Этот подход успешно развивается рядом исследователей Новосибирской школы. Результатом этих исследований явились работы, в которых предложена резонансная модель перехода. Эта модель заключается в том, что в допереходной области последовательно возбуждаются три типа резонанса: гармонический, параметрический и трехволновой, которые, благодаря взаимному действию, распространяются в пространстве волновых чисел и, тем самым, вовлекают другие масштабы в динамику, связанную с развитием возмущений. Допереходная область интересна еще тем, что в ней в ламинарном режиме можно моделировать некоторые процессы, протекающие в области развитой турбулентности. Ряд результатов, представленных в монографии, получен сравнительно давно и может показаться устаревшим. Это касается прежде всего представлений, связанных с «берстингом» и структур, появляющихся в процессе его протекания. Заметим здесь, что существенных изменений в этих представлениях к настоящему времени не произошло. Более того, оказалось, что эти представления продолжают получать подтверждение или уточняться в работах последнего времени.

Книга предназначена для широкого круга читателей (студентов, аспирантов и преподавателей), интересующихся современными проблемами описания турбулентных течений. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (Проект № 14-11-00709).

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л.

LECTURES ON THEORETICAL METHODS OF STUDYING TURBULENCE

Khlopkov Y.I., Zharov V.A., Gorelov S.L.

Вопросу теоретического описания турбулентных явлений посвящено множество монографий и научных статей, так как эта проблема оказывается неуывающей вот уже в течение более 150 лет. Время от времени появляются очень яркие новые идеи и методы, которые вдохновляют многочисленных исследователей на преодоление необычайных трудностей, связанных с пониманием сути проблемы. Тем не менее практическая важность хотя бы инженерного решения этой проблемы породила огромное число полумпирических моделей, в которых вопрос о сути проблемы не ставится, а результаты ориентируются на определенный набор интересных для технических приложений течений. При этом делается упор на описание средних моментов низкого порядка: средняя скорость, среднее давление, средняя кинетическая энергия и т. д.

тическая энергия, средние концентрации химических компонентов и т. п. Кроме того, развивалось моделирование, мотивацией которого была невозможность точного численного описания течений при очень больших числах Рейнольдса.

В последнее время достигнут значительный прогресс в экспериментальном и теоретическом изучении анизотропных турбулентных течений, который позволяет вернуться к исходным проблемам, связанным с существом этого явления. Экспериментально обнаружены когерентные структуры, которые представляют существенные элементы течений, оказывающие сильное влияние на различные физические характеристики потоков. Таким образом, течение разбивается на глобально среднее течение, когерентную структуру и стохастический компонент. Были сделаны эксперименты, которые способствовали выявлению деталей когерентных структур. Стохастический же компонент стал теоретически связываться с так называемой фрактальной структурой множества сингулярностей поля завихренности.

Сингулярность поля пульсаций с самого начала проблемы обыгрывалась по аналогии с кинетической теорией газов, т.е. несжимаемая жидкость рассматривалась как ансамбль жидких частиц - молей. При этом течение определяется хаотическим движением молей, каждый из которых обладает собственной скоростью и координатой. Изменение характера течения в целом, например, поля средних скоростей происходит из-за турбулентного перемешивания молей с разными собственными скоростями. Вообще любая характеристика течения является усреднением аналогичных характеристик молей, составляющих данный поток. Аналогию между молярным перемешиванием в турбулентном потоке и молекулярным переносом в газах использовали еще Буссинеск и Прандтль для вывода известных формул турбулентного трения.

Большим вкладом в развитие теории турбулентности явилась каскадная теория передачи энергии по спектру турбулентных пульсаций, т.е. передача энергии от больших масштабов к меньшим. Колмогоров и Бухович придали этой теории в однородном и изотропном случае аналитический вид, воспользовавшись теорией размерности и подобия. Результаты были экспериментально подтверждены с большой степенью точности. С тех пор для течений с большими числами Рейнольдса изотропная и однородная турбулентность рассматривается как основная составляющая, хотя и допускается существование ситуаций, в которых спектр энергии еще не установился.

Главный вывод этой теории - наличие инерционной области спектра по волновым числам $k: 1/L \ll k \ll (1/L)Re^{3/4}$, в которой вязкие эффекты диссипации энергии несущественны, благодаря чему спектральная плотность энергии изменяется в зависимости от волнового числа по закону « $-5/3$ ». Включение этого элемента в динамику жидкости приводит к появлению моделей с некоторой феноменологической связью тензора напряжений с тензором скоростей деформаций дополнительными уравнениями, наподобие указанных выше, а также к некоторому числу дополнительных уравнений для величин типа турбулентной энергии, скорости диссипации и т.п. (например, K- ϵ модель). Однако практика показала, что подобные модели имеют узкую область применения. С изменением области применения меняются и константы, входящие в эти уравнения, которые надо снова определять экспериментально. Кроме того, для течений типа пограничного слоя возникали трудности с удовлетворением граничных условий на твердых поверхностях.

Более последовательное, на наш взгляд, направление построения моделей для течений с большими числами Рейнольдса связано с так называемым подсеточным моделированием, смысл которого связан с тем, чтобы оставить в уравнениях гидродинамики только масштабы, превосходящие размеры расчетной сетки (разрешенные масштабы). Это уменьшает количество степеней свободы до разумной величины и позволяет использовать современную вычислительную технику для определения средних полей течения. Размер расчетной сетки выбирают так, чтобы соответствующее ей волновое число находилось в инерционной области, и вводится некоторая связь тензора напряжений с элементами поля течения. Так, например, в модели Смагоринского вводится линейная связь между тензором напряжений и тензором скоростей деформации. Коэффициент вязкости заменяется на коэффициент турбулентной вязкости, который определяется из осреднения подсеточных пульсаций, т.е. пульсаций, размер которых меньше размера сетки. К исходным уравнениям могут быть добавлены несколько дополнительных уравнений, например, для подсеточной кинетической энергии и т.п. Уравнения решаются по времени относительно разрешенных переменных, при этом пульсации с подсеточными частотами отфильтровываются с помощью того или иного фильтра, а то, что остается, усредняется по времени. В этом их главное отличие от моделей типа Буссинеска или Прандтля, которые можно использовать и в стационарных постановках.

Однако практика показала, что сильно анизотропные течения, такие, как течение в пограничном слое или в слое смешения, не ухватываются такими теориями, приводя к неправильному профилю скорости и другим эффектам. Последние экспериментальные достижения показывают, что подобные модели не содержат ряд эффектов, которые наблюдаются в реальных потоках. После скрупулезного анализа оказалось, что подсеточные модели должны содержать эффекты переноса энергии по спектру в инерционной области, включая обратное рассеяние энергии, а также ее перераспределение между нормальными компонентами тензора напряжений. Эти эффекты являются следствием нелинейных взаимодействий и анизотропии. Результаты, полученные при использовании нелинейной модели в крупномасштабном моделировании нейтрального сдвигового пограничного слоя в атмосфере, демонстрируют существенное улучшение в предсказании средних величин по сравнению с линейными моделями типа модели Смагоринского. Эти результаты показывают также сильное влияние модели на структуру течения.

Описаны результаты теоретических исследований, связанных с решением задачи об изотропной и однородной турбулентности. Приводится простое физическое введение в сущность явления, дается краткое описание математических методов, позволяющих описывать системы с бесконечным числом степеней свободы. Кроме того, подводится итог применения этих методов для описания однородной и изотропной турбулентности. Рассмотрены парадоксы и особенности этих методов. Все это дает хорошую основу для понимания и применения современных математических подходов к решению задач о турбулентном движении жидкости.

В данной книге не дано полное обоснование теоретических методов, а в области эксперимента не описана вся его сложность и привлекательность. В связи с этим заметим, что в последние два десятилетия обнаружилось, что движение жидкости, являющейся сложнейшей естественной нелинейной системой, необычайно богато удивительными явлениями. Это справедливо для простых жидкостей даже при малых числах Рейнольдса, но это справедливо в гораздо большей степени для гетерогенных систем, особенно в турбулентном режиме. В последнем случае уменьшение турбулентного трения за счет введения полимерной добавки – наиболее яркий пример, в котором турбулентное трение может быть уменьшено на 95%. В этом явлении мы встречаемся с макроскопическим аналогом явления сверхтекучести, который можно наблюдать в лабораторных условиях при нормальной температуре. Возможно, поскольку линейные проблемы уже решены в физике, и традиционные области физики

конденсированного состояния превратились в электротехнику, материаловедение или инженерные науки, ученые в области фундаментальных наук могут с большей энергией обратиться к исследованиям макроскопического движения жидкости. Нам представляется, что это то направление, в котором каждый может найти область применения. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 14-11-00709).

МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ В МЕХАНИКЕ И АЭРОДИНАМИКЕ

Хлопков Ю.И., Горелов С.Л.

METHODS OF MONTE-CARLO AND THEIR APPLICATION IN MECHANICS AND AERODYNAMICS

Khlopkov Y.I., Gorelov S.L.

Учебное пособие представляет собой изложение основ статистического моделирования и приложение их к решению различных задач математики и механики. Пособие является дополнением к курсу лекции, читаемому в факультете аэромеханики и летательной техники МФТИ, может быть использовано при самостоятельном изучении. Изложение материала пособия построено таким образом, что постепенно вводит обучаемого в круг понятие нетрадиционных методов вычислительной математики. В приложении дают задачи, которые можно использовать для самоконтроля. Пособие предназначено для студентов, аспирантов, преподавателей и инженеров.

Метод Монте-Карло является численным методом моделирования широкого круга явлений и решения математических задач, связанный с получением и преобразованием случайных чисел. Создателями метода принято считать американских математиков Дж. Неймана и С. Улама в соответствии с работой 1949 г. Благодаря этой работе в науку прочно вошел термин Монте-Карло.

На основное развитие методов Монте-Карло началось с середины 50-х годов после международной конференции по мирному использованию атомной энергии работами советских ученых В.В. Чавчанидзе, Ю.А. Шрейдера, В.С. Владимиров. И с этого времени советская наука прочно удерживает приоритет на мировой арене в этой новой ветви вычислительной математики, постоянно углубляя теоретические основы методой и расширяя область приложения. В настоящее время трудно называть область науки, где не использовались бы методы Монте-Карло, начиная от нужд чистой математики и кончая экономикой, медициной и военным делом. В стране был центров развития методов Монте-Карло. В Новосибирске – СО АН СССР (Г.И. Марчук, Г.А. Михайлов), в Ленинграде – ЛГУ С.М. Ермаков), в Москве – МГУ (И.М. Соболев), ИМП (В.Г. Золотухин, В.С. Владимиров), ВЦ АН СССР и МФТИ (О.М. Белоцерковский, В.Е. Яницкий), в Жуковском – ЦАГИ (М.Н. Коган, А.И. Ерофеев, В.И. Власов, Ю.И. Хлопков, С.Л. Горелов, В.А. Жаров), в Дубне и др.

Хотя теоретическая основа получения надежного результата с помощью набора случайных параметров была известна давно, первая опубликованная работа по использованию метода статистических испытаний, вероятно, была работой Холла в 1873 г. по экспериментальному определению числа π .

Многие явления в природе, технике, экономике и других областях носят случайный характер, т.е. невозможно точно предсказать, как явление будет происходить. Оказывается, что течение таких явление может быть описано количественно, если только они наблюдались достаточное число раз при неизменных условиях. Так, например, нельзя при бросании монеты предсказать, выпадет «герб» или «цифра». Но если бросать монету очень часто, то можно заметить, что отношение числа бросаний о выпадение «цифры» к общему числу бросаний мало отличается от $1/2$ и тем менее отклоняется от $1/2$, чем больше совершено бросаний.

Случайный эксперимент, или опыт, есть процесс, при котором возможны различные исходы, так что заранее нельзя предсказать, каков будет результат. Опыт характеризуется тем, что его в принципе можно повторить сколько угодно раз. Особое значение имеет множество возможных взаимно исключающих друг друга исходов опыта.

Возможные исключающие друг друга исходы опыта называются его элементарными событиями. Множество элементарных событий обозначим E . Пример, однократное бросание игральной кости. Возможные исключающие друг друга исходы этого опыта – выпадение одного из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6. Множество E состоит из шести элементарных событий $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6$, причем элементарное событие e_i означает, выпадает число i .

Помимо элементарных событий, часто интересны события более сложной природы, например в случае игральной кости событие «выпадает четное число».

Пусть осуществляется некоторый опыт и пусть E – множество его элементарных событий. Каждое подмножество $A \subseteq E$ называется событием. Событие A происходит тогда и только тогда, когда происходит одно из элементарных событий, из которых состоит A .

Подмножества E , а следовательно, и само E , и пустое множество Φ интерпретируются, согласно общему определению, как события. Так как E состоит из всех элементарных событий, а при каждом опыте обязательно происходит одно из элементарных событий, таким образом, E происходит всегда. Такое событие называется достоверным событием. Пустое множество Φ не содержит элементарных событий и, следовательно, никогда не происходит. Такое событие называют невозможным событием.

Как правило, при использовании метода Монте-Карло моделируются случайные величины с известным законами распределения, из этих величин по заданным алгоритмам вычисляются значения существенно более сложных случайных величин, распределение которых уже не может быть найдено аналитически и используется методы математической статистики. При этом различают два подхода: параметрический и непараметрический. Параметрический подход предполагает, что искомое распределение известно с точностью до значений конечной числа параметров. Непараметрический подход используется когда параметрический вид плотности неизвестен, т.е. в тех случаях, когда информация о характере результатов либо практически отсутствует, либо имеет слишком общий характер.

Вероятная ошибка метода Монте-Карло пропорциональна $\sqrt{\xi/N}$. Скорость убывания этой ошибкой с ростом N невелика. Поэтому важно научиться выбирать для расчета интегралов такие вычислительные или другие словами, такие случайные величины ξ , для которых дисперсия $D\xi$ по возможности будет мала. Способы построения таких схем называют методами уменьшения дисперсии, имея в виду, что для этих способ диспер-