

Этап свободномолекулярного переноса осуществляется так же как и в случае метода Хэвилленда, то есть частицы передвигаются из ячейки и ячейку пропорционально своим скоростям.

Во время этого этапа частицы могут покинуть расчетную область, столкнуться с поверхностью тела, в этом случае они отражаются от поверхности тела со скоростями, соответствующими граничной функции распределения. В момент столкновения с поверхностью вычисляются импульс и энергии, приносимые на поверхность тела. На этом этапе в области появляются частицы со скоростями, соответствующими функций распределения на внешней границе расчетной области.

Наиболее сложным для реализации в методах прямого статистического моделирования является 1 этап – столкновения частиц в ячейках. На этом этапе в каждой ячейке задана система из  $N$  частиц со скоростями  $C_1, \dots, C_N$ . Система может переходить из одного состояния в другое только посредством столкновения частиц. Задача этапа состоит в том, чтобы найти скорости частиц через время  $\Delta t$ .

Отметим, что перспективность использования метода прямого статистического моделирования связана с построением кинетических моделей турбулентности, замкнутых на уровне функции распределения пульсаций. Такие модели имеют, как правило, меньше число эмпирических констант. В то же время кинетические модели более информативны, так как они дают функцию распределения пульсаций.

Данное направление интенсивно развивается, в частности, можно надеяться на успех в решении более сложных задач турбулентности, когда крупномасштабные процессы вычисляются непосредственно по схемам расщепления для конечно-разностных уравнений переноса (например, с помощью метода крупных частиц или потоков), а локальные мелкомасштабные флуктуации моделируются статистическим путем. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (Проект № 14-11-00709).

## **РЕНОРМГРУППОВЫЕ МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ДВИЖЕНИЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ**

**Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л.**

### **RENORM-GROUP METHODS OF DESCRIBING TURBULENT MOTIONS OF UNBURNT LIQUID**

**Khlopkov Y.I., Zharov V.A., Gorelov S.L.**

Вопросу теоретического описания турбулентных явлений посвящено множество монографий и научных статей, так как эта проблема оказывается неуязвимой вот уже в течение более 150 лет. Время от времени появляются очень яркие новые идеи и методы, которые вдохновляют многочисленных исследователей на преодоление необычайных трудностей, связанных с пониманием сути проблемы. Тем не менее практическая важность хотя бы инженерного решения этой проблемы породила огромное число полуматематических моделей, в которых вопрос о сути проблемы не ставится, а делается подгонка результатов под определенный набор практически важных течений. При этом делается упор на описание средних моментов низкого порядка: средняя скорость, среднее давление, средняя кинетическая энергия, средние концентрации химических компонентов и т.п. Кроме того, развивалось моделирование, мотивацией которого была невозможность точного численного описания течений с очень большими числами Рейнольдса.

В последнее время был достигнут значительный прогресс в экспериментальном и теоретическом изучении анизотропных турбулентных течений, который позволяет вернуться к исходным проблемам, связанным с существом этого явления. Экспериментально были обнаружены когерентные структуры, которые представляют существенные элементы течений, оказывающих сильное влияние на различные физические характеристики потоков. Таким образом, течение разбивалось на глобально среднее течение, когерентную структуру и стохастический компонент. Были сделаны эксперименты, которые способствовали выявлению деталей когерентных структур. Стохастический же компонент стал теоретически связываться с так называемой фрактальной структурой множества сингулярностей поля завихренности. Сингулярная структура турбулентного поля пульсаций следует, например, из простых рассуждений.

Последние экспериментальные достижения показывают, что подобные модели не содержат ряд эффектов, которые наблюдаются в реальных потоках. После скрупулезного анализа оказалось, что подсеточные модели должны содержать эффекты переноса энергии по спектру в инерционной области, включая обратное рассеяние энергии, а также ее перераспределение между нормальными компонентами тензора напряжений. Эти эффекты являются следствием нелинейных взаимодействий и анизотропии. В монографии приводится нелинейная модель, содержащая эффекты анизотропии в пограничных течениях. Результаты, полученные при использовании этой нелинейной модели в крупномасштабном моделировании нейтрального сдвигового пограничного слоя в атмосфере, демонстрируют существенное улучшение в предсказании средних величин по сравнению с линейными моделями типа модели Смагоринского. Эти результаты показывают также сильное влияние модели на структуру течения. Кроме методов подсеточного моделирования большое распространение получили методы статистического моделирования турбулентных течений. В этих методах делается попытка феноменологически сформировать уравнение для плотности вероятности флуктуаций поля скорости (и других параметров), которое затем решается с помощью методов Монте-Карло. Такой подход позволяет вычислять не только средние моменты низшего порядка, но и более тонкие статистические характеристики. В качестве практических достижений этих подходов можно указать на численное решение таких задач как турбулентный след за цилиндром, расплывание турбулентного пятна, профиль турбулентного пограничного слоя, обтекание обратной ступеньки и т.п.

Параллельно с указанными результативными подходами к описанию турбулентной динамики развиваются теоретические методы исследования, в которых на основе уравнений Навье-Стокса делаются попытки найти либо статистическое решение проблемы (проблема замыкания, уравнения в функциональных производных), либо используются методы динамических систем (мультифрактальная структура поля завихренности, вейвлетный анализ (фрактальное преобразование свертки)), либо используются уже зарекомендовавшие себя в исследовании критических явлений ренормгрупповые приложения теоретико-физических асимптотических методов, развитых в применении к описанию динамических систем с бесконечным числом степеней свободы с возбуждением непрерывного спектра масштабов.

Различные варианты этого метода приведены в настоящем обзоре. Детали метода очень громоздки. Однако суть некоторых его вариантов можно пояснить на примере метода Гаусса вычисления эллиптического интеграла (в РГ методах тоже вычисляются интегралы для нахождения средних по ансамблю величин, только эти интегралы являются, вообще говоря, континуальными) с помощью арифметико-геометрического среднего). До недавнего времени работы последней группы рассматривались как чрезмерно абстрактные, имеющие чисто методологическую ценность. Однако работа Орзага и Яхота 1986 года показала, что это не так, хотя и вызвала бурю отрицательных откликов теоретиков. В этой работе развит вариант ренормгруппового метода (РГ) для описания гидродинамической турбулентности. Эта процедура, использующая динамическое подобие и инвариантность вместе с итерационными методами теории возмущений, позволяет вычислить коэффициенты переноса и определить уравнение переноса для крупномасштабных (медленных) мод. РГ-теория не содержит экспериментально определяемых параметров и дает численные значения для констант турбулентных течений. Ими была получена модель типа модели Смагоринского, которая, как уже указывалось, не содержит ряд явлений, без которых невозможно корректное описание турбулентного движения жидкости. Тем не менее возможность использовать мощный теоретический аппарат для вывода уравнений медленных движений жидкости была взята на вооружение многими авторами. Развитие этих методов привело к реальной возможности аналитического вывода уравнений динамики длинноволновой составляющей турбулентных течений и коэффициентов, входящих в них, не прибегая к экспериментальным данным. В монографии рассмотрены наиболее перспективные методы вывода подобных уравнений движения несжимаемой турбулентной жидкости и вопросы, возникающие в связи с ними с точки зрения традиционных асимптотических методов механики.

В связи с этим интересно отметить результаты работы и др., в которых на основе одного из вариантов ренормгруппового метода, так называемого метода рекурсивной ренормгруппы, теоретически были получены уравнения движения жидкости с нелинейной связью тензора напряжений и тензором скоростей деформации т.е. сильно отличные от моделей типа моделей Смагоринского. В этих работах представлен альтернативный вариант РГ-теории (так называемая рекурсивная РГ (r-РГ) теория) подсеточного моделирования турбулентности, который не зависит от порядка выполнения подсеточного осреднения. Явным образом рассмотрены релевантная аппроксимация, пертурбативное упорядочение и процесс усреднения. В частности, показано, что появляется нелинейность высокого порядка, возникающая в r-РГ уравнениях Навье-Стокса, которая не превосходит третьего порядка на желаемом уровне пертурбативных возмущений. Более того, эти члены с тройным произведением компонентов скорости появляются в том же самом порядке, что и вихревая вязкость, которая генерируется в процессе РГ-процедуры исключения подсеточных масштабов. Эти нелинейности третьего порядка играют также большую роль в уравнении баланса энергии в связи с соответствующим процессом переноса энергии, возникающей в аналитической формулировке вихревой вязкости, которая согласуется с вихревой вязкостью в теориях замыкания и результатами численных расчетов исходных уравнений. Это также подтверждено с помощью непосредственного анализа как методом моделирования крупных вихрей, так и анализом данных поля скорости, полученных методом прямого численного моделирования. Более того, показано, что индуцированные РГ тройные нелинейности приводят к появлению обратного потока энергии, отраженного от малых масштабов в направлении больших масштабов, что находится в согласии с последними достижениями теории замыкания и результатами численного моделирования. Полученные уравнения затем были использованы, например, для описания отрывного течения обратной ступеньки. Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 14-11-00709).

## РУКОВОДСТВО ПО КОМПЬЮТЕРНОЙ АНАЛИТИКЕ

Хлопков Ю.И., Жаров В.А.,  
Горелов С.Л.

## GUIDE ON COMPUTER ANALYTICS

Khlopkov Y.I., Zharov V.A.,  
Gorelov S.L.

В данном руководстве рассматривается пакет программ MATHEMATICA (Wolfram Research). Он замечателен тем, что на его примере легко освоить все имеющиеся к настоящему времени версии. Кроме того, он достаточно содержателен, чтобы его помощью можно было выполнять сложные операции, встречающиеся в повседневной практической деятельности, и не требует много места на жестком диске.

Руководство составлено на основе практики преподавания компьютерной аналитики на факультете аэромеханики и летательной техники Московского физико-технического института.

Предназначено для студентов, аспирантов и научных работников. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (Проект № 14-11-00709).