

Авторы постарались на простых моделях, используя большое число иллюстраций, изложить физические основы колебательных процессов, лежащих в основе работы устройств микро-, наноэлектроники, радиотехники, оптоэлектроники и нанооптики. Разделы учебного пособия содержат вопросы для самоконтроля изучаемого материала, сформулированы задачи для самостоятельного исследования, как в рамках изучения дисциплины, так и научно-исследовательской работы.

### ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА. КРАТКИЙ КУРС (учебное пособие)

Золотаревская Д.И.

*Российский государственный аграрный университет – МСХА им. К.А. Тимирязева, Москва,  
e-mail: zolot@agrarinclub.ru*

Настоящее учебное пособие включает в себя разделы линейной алгебры, входящие в учебные программы по дисциплинам «Высшая математика» и «Математика» для студентов, обучающихся по экономическим, техническим, биологическим, сельскохозяйственным и ряду других специальностям вузов. В книге рассматриваются весьма важные темы линейной алгебры: матрицы, определители, системы линейных уравнений и неравенств,  $n$ -мерные векторы и  $n$ -мерные векторные пространства.

Книга содержит оглавление, введение, 4 главы, заключение, ответы к задачам, список литературы. Изложение теоретического материала по всем темам сопровождается подробными решениями разнообразных примеров различной трудности. В каждой главе имеются задачи, которые предлагаются студентам для самостоятельного решения.

Объяснения теоретического материала и решений примеров даны в доступной для студентов форме. Подробно разобранные решения примеров помогут студентам лучше усвоить линейную алгебру и приобрести навыки самостоятельного изучения предмета.

В представленном учебном пособии, в отличие от ряда других учебных пособий, для каждой доказываемой теоремы приводится не только ее формулировка, но отдельно выделено: «Дано», «Требуется доказать», а затем приводится подробное доказательство. Даны формулировки и доказательства прямых и обратных теорем. Такое изложение материала должно способствовать лучшему пониманию предмета студентами.

Первая глава включает в себя теоретический материал и задачи по теме: «Матрицы и определители». Рассмотрены линейные операции над матрицами, умножение матриц, определения и методы нахождения ранга матрицы, обратной матрицы. Объяснены важнейшие методы вычисления определителей разных порядков.

Во второй главе рассмотрена тема: «Системы линейных уравнений и неравенств». Приведены определения совместной и несовместной систем линейных уравнений, а для совместных систем – определенной и неопределенной систем линейных уравнений. Представленное учебное пособие позволяет студентам изучить основные методы исследования и решения систем линейных уравнений. Показано, как находить решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными по формулам Крамера, а также с помощью обратной матрицы. Как исследовать системы  $m$  линейных уравнений  $n$  неизвестными методом Гаусса и находить этим методом решения совместных систем. Рассмотрены системы однородных линейных уравнений, приведен алгоритм нахождения их фундаментальных систем решений.

В данном учебном пособии сформулированы алгоритмы нахождения ранга матрицы, обратной матрицы, решений систем  $m$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными (при  $m > n$ ,  $m < n$ ,  $m = n$ ), вычисления определителей разных порядков методом последовательных исключений (методом Гаусса) с применением «правила прямоугольников». Применение представленных алгоритмов значительно упрощает выполнение расчетов без использования компьютеров (на аудиторных занятиях и при самостоятельной работе студентов).

В отличие от ряда других учебников и учебных пособий по линейной алгебре в данное учебное пособие входят теоретический материал и задачи на нахождение на плоскости  $n$ -мерных векторных пространств  $xOy$  областей, координаты точек которых удовлетворяют заданным системам линейных неравенств с двумя переменными  $x$  и  $y$ . Это позволило расширить круг освещаемых в пособии вопросов.

Третья глава посвящена  $n$ -мерным векторам и арифметическим векторным пространствам. Понятие  $n$ -мерных векторов введено как обобщение понятия аналитического представления векторов трехмерного пространства. Рассмотрены линейные операции над  $n$ -мерными векторами, линейные комбинации этих векторов. Введены понятия линейно зависимых и линейно независимых систем  $n$ -мерных векторов, базиса  $n$ -мерного векторного пространства, координат  $n$ -мерного вектора в заданном базисе, ранга системы  $n$ -мерных векторов.

В четвертой главе рассматриваются приложения линейной алгебры для решения прикладных задач. Отмечено, что применение методов линейной алгебры дает возможность решить ряд практически важных задач. Линейная алгебра широко применяется в экономике, в физике (например, в квантовой механике). Эта дисциплина является теоретической основой линейного программирования – одного из разделов математического программирования, который позволил получить решения многих экономических задач.

В главе 4 приведены составленные автором задачи прикладного характера, которые позволят студентам познакомиться с некоторыми приложениями линейной алгебры в экономике, линейном и нелинейном программировании, в математическом анализе, теории вероятностей, при решении инженерных и других практических задач. Имеются задачи, в которых требуется составить систему уравнений межотраслевого баланса (линейную балансовую модель), найти коэффициенты прямых затрат труда, составить матрицу коэффициентов полных затрат, определить валовой выпуск продукции для обеспечения заданного выпуска конечного продукта. В ряде приведенных примеров рассматриваются вопросы о составлении математических моделей задач определения допустимых планов перевозок различных грузов и нахождении общих решений полученных систем линейных уравнений методом Гаусса. При составлении задач четвертой главы автором использованы экспериментальные данные, опубликованные в научной литературе.

Представленное учебное пособие показывает, что значение линейной алгебры не ограничивается только ее практическим применением. Линейная алгебра играет важную роль в формировании строго математического логического мышления. Этому, в частности, способствует изучение вопросов, посвященных  $n$ -мерным векторным пространствам: в книге показано, что понятия  $n$ -мерных векторов и  $n$ -мерных векторных пространств являются обобщениями понятий аналитического представления обычных геометрических векторов и трехмерного пространства. Линейная алгебра – интересная математическая дисциплина, которая расширяет кругозор, формирует мировоззрение, позволяют понять многообразие и единство окружающего нас мира.

В список литературы включены учебники и учебные пособия, рекомендуемые для изучения теоретического материала, сборники задач по линейной алгебре а также научная и учебная литература, использованная при составлении задач прикладного характера.

Учебное пособие предназначается для студентов вузов, обучающихся по экономическим, биологическим, инженерным и ряду других специальностей. Данное учебное пособие могут использовать студенты, изучающие линейную алгебру при различном количестве учебных часов, отводимых на содержащиеся в нем темы в программах по математике. Рассмотренный в пособии материал, не входящий в учебные программы студентов, обучающихся по специальностям с небольшим числом учебных часов по математике, может быть опущен студентами без ущерба для понимания других включенных в это учебное пособие вопросов. Книга может быть полезна и преподавателям вузов.

## СБОРНИК ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ, ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЙ

Соколов Г.М.

*Поволжский государственный технологический университет, Йошкар-Ола, e-mail: sokol\_g\_m@bk.ru*

Главное назначение предметных олимпиад по теоретической механике состоит в приобщении их участников к глубокому пониманию изучаемого курса.

Теоретическая механика – наука о математическом моделировании механических явлений с использованием его результатов применительно к решению прикладных задач.

Создание инженерных конструкций и сооружений с оптимальными параметрами, обоснование норм их эксплуатации базируется на трех основных методах исследований:

математического и физического (механического, гидравлического, теплого, электрического и др.) моделирования, натурального эксперимента.

Среди них наиболее гибким, мобильным является метод математического моделирования. Точность его результатов находится в зависимости от состоятельности принятых допущений, то есть от степени приближения математической модели к истинному описанию изучаемого явления. Он позволяет проводить исследования в широком диапазоне, получить количественно-качественную картину явления и наметить пути оптимизации параметров исследуемых объектов с наименьшими затратами и достаточной степенью надежности.

Несмотря на многообразие задач механики, их решение укладывается в следующую совокупность последовательных действий: принятие исходных допущений, разработка расчетной схемы и математической модели с ее последующей реализацией, анализ полученных результатов. Суть этих действий состоит в следующем.

*Принятие исходных допущений.* На предварительном этапе устанавливаются границы области исследований и необходимая степень их достоверности. Пренебрежение отдельными факторами может привести к результатам, далеким от истинных. Учет же второстепенных факторов приводит к неоправданному усложнению модели, а достигнутая, казалось бы, точность результатов может быть поглощена разбросом физических свойств элементов проектируемых конструкций или иными обстоятельствами. Поэтому принимаемые допущения должны быть тщательно выверены и обоснованы.

*Разработка расчетной схемы.* Термин «расчетная схема» заимствован из практики инженерного проектирования. Это выполненный в масштабе чертеж с указанием элементов, участвующих в решении, какими являются: геометрические размеры (линейные и угловые), координаты (подвижные и неподвижные),